En déduire la valeur de $I=\int_0^1 \frac{1}{\left(1+e^x\right)^2}dx$.

3. On pose $J=\int_0^1 \frac{xe^x}{(1+e^x)^3}dx$.

Exprimer J en fonction de I et en déduire la valeur de J.

18 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2-e^{\frac{1}{x}}>0$.

2. Soit la fonction $f:x\mapsto \ln\left(2-e^{\frac{1}{x}}\right)$.

a. Déterminer l'ensemble de définition de f.

b. Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

c. En déduire que f est prolongeable par continuité à gauche en 0 (on note g le prolongement ainsi obtenu).

3. a. Etudier la dérivabilité de g à gauche en 0.

b. Déterminer les intervalles sur lesquels g est dérivable et expliciter $g'(x)$.

4. Etudier les variations de g et tracer sa courbe C_g dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

19 Soit un réel $a>0$. On définit sur $\mathbb{R}$ la fonction $G_a:x\mapsto e^{-ax^2}$.

1. Démontrer que G_a est dérivable et calculer sa dérivée.

2. En déduire le tableau de variation de G_a.

3. Calculer la dérivée seconde de G_a et démonter que la courbe de G_a admet deux points d'inflexion dont on déterminera les coordonnées.

4. Déterminer le lieu des points d'inflexion des courbes de G_a lorsque a varie.

5. Tracer les courbes de G_a pour $a=\frac{1}{2}$,1 et 2.

20 Soit f la fonction définie par

$f(x)=\left|3x^2-1\right|e^{1-x^2}$.

1. Vérifier que f est paire.

2. Etudier la limite de f en $+\infty$.

3. Etudier la continuité de f.

4. Etudier la dérivabilité de f en $x=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

5. Dresser le tableau de variation de f.

6. Donner une représentation graphique de f.

21 Pour tout entier naturel n, on considère les intégrales $I_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx}\sin x\,dx$ et

$J_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx}\cos x\,dx$.

1. calculer I_0 et J_0.

2. On suppose n non nul.

En intégrant par parties I_n, puis J_n, montrer que

$$\begin{cases} I_n+nJ_n=1, \\ -nI_n+J_n=e^{-\frac{n\pi}{2}}. \end{cases}$$

3. En déduire les expressions de I_n et J_n en fonction de n.

4. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} J_n$.

22 Pour tout entier naturel n, on pose

$I_n=\int_{n\pi}^{(n+1)\pi} e^{-nx}\sin x\,dx$.

1. A l'aide de deux intégrations par parties successives, montrer que $I_n=(-1)^n e^{-n^2\pi}\frac{1+e^{-n\pi}}{n^2+1}$.

2. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.